



Московский государственный технический университет
Факультет «Информатика и системы управления»
Кафедра ИУ-1 «Системы автоматического управления»

План дисциплины «Методы вычислений»

для подготовки специалистов по направлению
24.05.06 «Системы управления летательными аппаратами»

Автор: Масленников Андрей Леонидович, старший преподаватель
amas@bmstu.ru

Москва, 2023.

Структура дисциплины

Лекции	
1	Введение. Вычислительные задачи и численные методы
2	Численные методы матричных операций.
3	Численные методы матричных разложений.
4	Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
5	Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
6	Численные методы интерполирования функций.
7	Численные методы интегрирования скалярных функций.
8	Рубежный контроль по материалам модуля №1.
9	Аналитические методы решения задачи Коши.
10	Численные методы решения задачи Коши. Явные методы.
11	Численные методы решения задачи Коши. Адаптивные методы.
12	Численные методы решения задачи Коши. Неявные подходы.
13	Численные методы дифференцирования функций.
14	Численные методы поиска экстремумов функций.
15	Численные методы поиска экстремумов функций.
16	Рубежный контроль по материалам модуля №2.
Семинары	
1	Программирование в MATLAB. Основы работы в среде.
2	Программирование в MATLAB. Основные конструкции языка программирования.
3	Программирование в MATLAB. Многомерные структуры данных.
4	Программирование в MATLAB. Пользовательские функции.
5	Численные методы матричных операций.
6	Численные методы матричных разложений.
7	Численные методы решения СЛАУ. Прямые методы.
8	Численные методы интерполяции скалярных функций.
9	Численные методы интегрирования скалярных функций. Квадратуры Ньютона–Котеса.
10	Программирование в MATLAB. Символьные вычисления в MATLAB.
11	Численные методы решения задачи Коши. Явные методы.
12	Численные методы решения задачи Коши. Адаптивные методы
13	Численные методы решения задачи Коши. Неявные методы.
14	Численные методы дифференцирования скалярных функций.
15	Численные методы поиска минимума скалярных функций.
16	Программирование в MATLAB. Поиск минимума функций средствами MATLAB.
Лабораторные работы	
1	Численные методы решения СЛАУ. Итерационные методы.
2	Численные методы билинейной и бикубической интерполяции.
3	Численные методы решения задачи Коши. Методы BDF и NDF.
4	Численные методы поиска минимума функции нескольких переменных. Метод BFGS
Домашние задания	
1	Численные методы интегрирования скалярных функций. Квадратуры Гаусса.
2	Численные методы поиска минимума функций нескольких переменных.

Вопросы для подготовки к РК №1

1. Вычислительная задача. Модель. Символьные и численные методы решения вычислительных задач. Требования, предъявляемые к численным методам. Классификация и характеристики численных методов. Виды численных методов по типам решаемых задач. Методы эквивалентных преобразований. Методы аппроксимации. Прямые методы. Итерационные методы. Стохастические методы.

2. Погрешность определения решения. Абсолютная, относительная, предельные и приведенные погрешности. Точность решения. Значащие цифры, верные значащие цифры и их связь с точностью решения. Абсолютная погрешность функции нескольких переменных. Причины возникновения погрешностей (погрешность метода, погрешность округления, погрешность, обусловленная машинной арифметикой). Устранимые и неустраняемые погрешности. Корректность задачи. Абсолютная и относительная устойчивость решения. Обусловленность вычислительной задачи, число обусловленности.

3. Матрицы. Виды матриц. Унитарная матрица. Эрмитова матрица. Ортогональная матрица. Нормальная матрица. Разреженная матрица и проблемы их использования. Обратная матрица. Миноры, виды миноров, алгебраические дополнения матрицы. Взаимная матрица. Вырожденная матрица. Экспоненциальная матрица. Положительная и отрицательная определенность матриц.

4. Векторно-матричные операции. Детерминант. Ранг матрицы. Нормы матрицы. След матрицы. Численные методы векторно-матричных преобразований. Вычисление обратных и псевдо-обратных матриц. Вычисление собственных векторов и собственных значений матриц. Сигнулярные значения матрицы.

5. Разложение (декомпозиция) матриц. Спектральное разложение, разложение матрицы в форму Жордана, разложение Шура, сингулярное разложение (SVD), LU-разложение (алгоритмы Дулиттла и Кроута), LUP-разложение, LDU-разложение, LL-разложение (разложение Холецкого), LDL-разложение, QR-разложение (метод ортогонализации Грамма-Шмидта, модифицированный метод Грамма-Шмидта, метод Хаусхолдера, метод вращений Гивенса).

6. Методы численного решения систем линейных алгебраических уравнений. Классификация методов, условия применимости и сходимости вычислений к истинному решению. Прямые методы (метод Гаусса, метод Гаусса-Жордана, метод Крамера, метод решения через разложение Холецкого, метод решения через LU-разложение, метод решения через обратную матрицу). Итерационные методы (метод Якоби, метод Гауса-Зейделя, метод релаксации, метод сопряженных градиентов, метод бисопряженных градиентов, стабилизированный метод бисопряженных градиентов).

7. Методы численного интерполирования скалярных функций. Метод интерполяции ближайшим соседом. Линейная интерполяция. Полиномиальная интерполяция. Методы полиномиальной интерполяции (метод интерполяции полиномом Лагранжа, методы интерполяции полиномами Ньютона вперед и назад, интерполяция кубическими сплайнами).

8. Методы численного интерполирования функций нескольких переменных. Билинейная интерполяция. Бикубическая интерполяция. Последовательная бикубическая интерполяция.

9. Методы численного интегрирования функций. Интегрирование дискретных и непрерывных функций. Точность методов численного интегрирования. Методы повышения точности интегрирования.

10. Методы численного интегрирования на базе квадратурных формул Ньютона–Котеса. Методы левых, правых и средних прямоугольников. Метод трапеций. Метод парабол (метод Симпсона). Методы более высоких порядков.

11. Методы численного интегрирования на базе квадратурных формул Гаусса–Лежандра и Гаусса–Кронрода.

12. Стохастический метод интегрирования Монте–Карло. Принципиальный подход, пример на одномерном и двумерном случае.

Вопросы для подготовки к РК №2

1. Задача Коши. Аналитические методы решения задачи Коши. Операторный метод решения задачи Коши. Преобразование Лапласа и его свойства. Использование преобразования Лапласа для решения задачи Коши.

2. Численные методы решения задачи Коши. Классификация численных методов решения задачи Коши. Явные/ неявные методы, одношаговые/многошаговые методы. Реализация численных методов решения задачи Коши в режиме реального времени.

3. Явные численные методы решения задачи Коши. Метод Эйлера, метод Эйлера–Коши, метод Эйлера–Коши с итерационной обработкой, усовершенствованный метод Эйлера, семейство методов Рунге–Кутты, многошаговые методы Адамса–Башфорта.

4. Адаптивные численные методы решения задачи Коши. Механизмы контроля точности решения, получаемых численными методами решения задачи Коши. Контроль точности для методы Рунге–Кутты. Два основной подхода реализации адаптивных численных методов.

5. Неявные численные методы решения задачи Коши. Неявные одношаговые методы Рунге–Кутты, неявные многошаговые методы Адамса–Мультона. Неявные многошаговые методы BDF. Неявные многошаговые методы NDF. Подход разрешения неявности предиктор–корректор. Подход разрешения неявности на основе метода простой итерации.

6. Устойчивость численных методов решения задачи Коши. А–устойчивость численных методов решения задачи Коши. L–устойчивость численных методов решения задачи Коши.

7. Методы численного дифференцирования. Численное дифференцирование с использованием метода конечных разностей. Вычисление производной второго порядка.

8. Методы численного определения матрицы первых частных производных (матрица Якоби) и матрицы вторых частных производных (матрица Гессе). Метод Бroyдена. Метод Бroyдена–Флетчера–Гольдфарба–Шанно. Численное дифференцирование с использованием фильтра Савицкого–Голея.

9. Численные методы поиска экстремумов функций. Одномерные прямые методы поиска минимума (метод полного перебора, метод дихотомии, метод золотого сечения). Многомерные методы поиска экстремумов функций. Метод Хука–Дживса. Методы первого порядка (градиентный метод, метод покоординатного спуска, метод наискорейшего спуска). Методы второго порядка (метод Ньютона, метод Ньютона–Рафсона, квазиньютоновские методы). Метод наименьших квадратов.

Список рекомендуемой литературы

1. Андреев В.Б. Численные методы. Учебное пособие. И.: Макс-пресс, 2013, 337 с.
2. Амосов А.А., Дубинский Ю.А. Копченова Н.В. Вычислительные методы. Учебное пособие. И.: Лань, 2014, 672 с.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. Учебник. И.: Бином. Лаборатория знаний, 2017, 640 с.
4. Белов С.А., Злотых Н.Ю. Численные методы линейной алгебры. Лабораторный практикум. И.: Нижегородский государственный университет, 2005, 58 с.
5. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. И.: Высшая школа, 2002, 840 с.
6. Воеводин В.В., Кузнецов А.Ю. Матрицы и вычисления. И.: Наука, 1984, 320 с.
7. Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Оптимизация. И.: Эдиториал УРСС, 2000, 320 с.
8. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения. пер. с англ. Х.Д. Икрамова. И.: Мир, 2001, 430 с.
9. Семушкин М.В. Численные методы алгебры. И.: Ульяновский государственный технический университет, 2006, 176 с.
10. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. 4-е издание. И.: Лань, 2009, 736 с.

Список методических указаний по MathWorks MATLAB

1. Васильев А.Н. MatLAB. Самоучитель. Практический подход. 2-е издание. И.: Наука и Техника, 2015, 448 с.
2. Гилат А. MATLAB. Теория и практика. 5 издание / пер. с англ. Смоленцев Н.К. И.: ДМК Пресс, 2016, 416 с.